摛藻堂四庫全書薈要

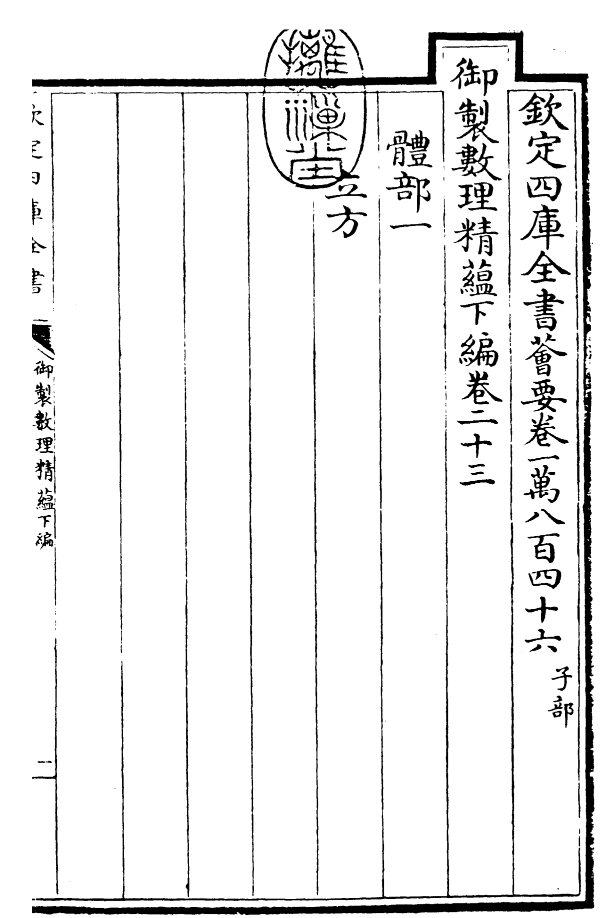
子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷二十三

詳校官主事臣陳木

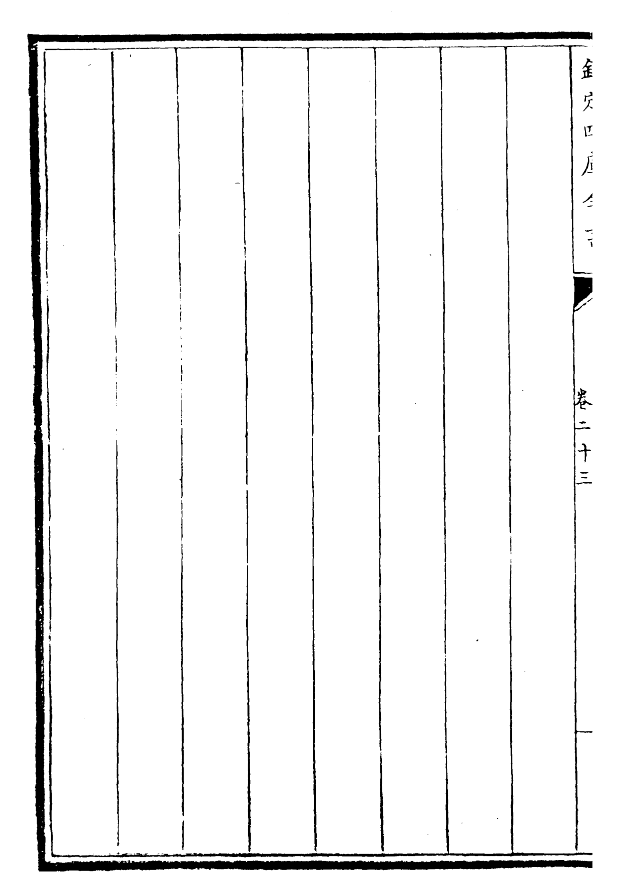


欽定四庫全書薈要卷一萬八百四十六　子部

御製數理精蘊下編卷二十三

體部一

立方


卷二十三

立方

立方者等邊六面之體積也以形而言雖為六面十二邊之所合以積而言則為自乘再乘之數因其縱横與高俱相等故十二邊皆如一線得其一邊而十二邊莫不相同其積之也自線而面自面而體次第相乘而後得其全積其開之也必次第析之而後得其一邊是故古人立為方廉長廉之制每積三位而得邊之一位所謂一千商十定無疑三萬纔為三十餘九十九萬不離十百萬方為一百推是也其法先

從一角而剖其體以自一至九自乘再乘之數為方根與實相審量其足減者而定之是為初商初商減盡無餘則方根止一位若有餘實即初商方積外别成一缺角三面磬折體其附初商之三面者謂之方廉其附初商之三邊者謂之長廉其附初商之角者謂之隅廉有三故以三為廉法隅惟一而隅之三面即符於三長廉之端合三方廉三長廉一隅始合次商之數故商除之法以初商自乘三因為三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍即定為次商乃以

次商乘三長廉為三長廉面積又以次商自乘為小隅面積共合三方廉三長廉及一小隅面積以次商數乘之為次商廉隅之共積所謂初商方積外别成一缺角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍為三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折體但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立

方為準故立方為算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

設如正方體積一百二十五尺開立方問每一邊數幾何

五〇 五五
二三〇
二〇

法列正方體積一百二十五尺自末位起算每方積三位定方邊一位今積止有三位則於五尺上作記定單位以自一至九自乘再乘之方根數與之相審知與五尺自乘再乘之數恰合乃以五

尺書於方積五尺之上而以五尺自乘再乘之一百二十五尺書於方積原數之下相減恰盡即得開方之數為五尺也如圖甲乙丙丁戊己正方體形每邊皆五尺其中函一尺小方體一百二十五自邊計之為五尺自面計之則為五尺自乘之二十五尺自通體計之則為五尺自乘再乘之一百二十五尺以積開之則與五尺自乘再乘之數相準故

商除之恰盡也盖方積為三位是以方邊止一位方積即五尺自乘再乘之數別無亷隅故不用次商如有餘實則自成亷隅而用次商矣

設如正方體積一丈七百二十八尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積一丈七百二十八尺自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記即於八尺上定尺位一丈

一〇　　二〇
二　七　二　八
一
三六四　〇　七　二　八
　　　　　　七　二　八
　　　　　　〇　〇　〇

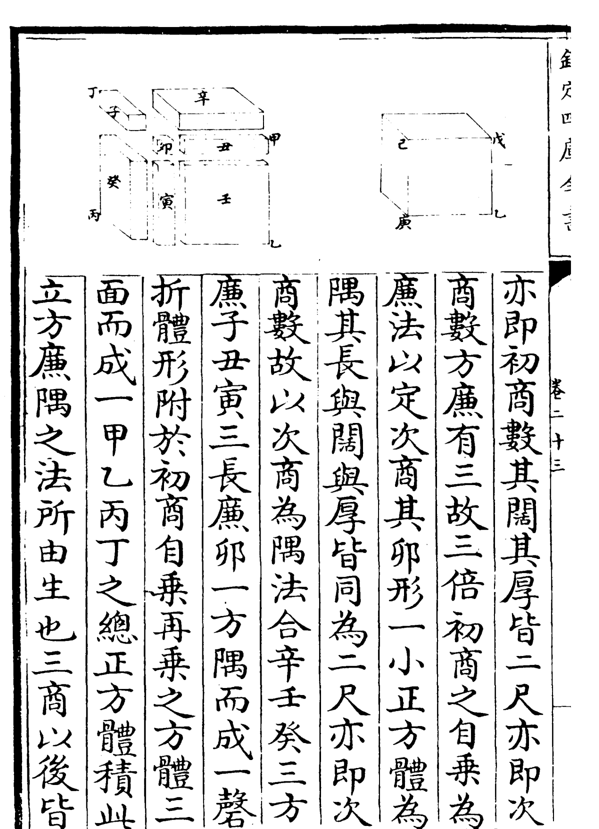
上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下大凡以餘積續書於下者每取方積之三位以當方邊之一位也為次商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積以除方積七

二〇八八〇
二三三〇
七七七〇
一〇二二〇
四六三

百二十八尺足二尺即定次商為二尺書於方積八尺之上而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積復以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百六十四尺為廉隅共法書於餘積之左以次商之二尺乘之得七百二十八尺與餘積相減恰盡是開得一丈

丁 辛 子 甲 丑 卯 己 戊 癸 寅 壬 丙 庚 乙

二尺為正方體積每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊皆一丈二尺其中函積一丈七百二十八尺是為共積其先從一角所分戊乙庚己方體每邊一丈即初商數其中函積亦一丈即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方體為三方廉其每邊一丈即初商數其厚二尺即次商數而子形丑形寅形三長方體為三長廉其每邊一丈



亦即初商數其闊其厚皆二尺亦即次商數方廉有三故三倍初商之自乘為廉法以定次商其卯形一小正方體為隅其長與闊與厚皆同為二尺亦即次商數故以次商為隅法合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一方隅而成一磬折體形附於初商自乘再乘之方體三面而成一甲乙丙丁之總正方體積此立方廉隅之法所由生也三商以後皆

二八
二
七
一
一
一
八八
三二
七七
〇〇
三〇〇
〇〇〇〇

倣此遞析開之

又法列積一丈七百二十八尺自末位起算作記定位同前乃截一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合則定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡乃以方邊末位餘積七百二十八尺續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一丈作一十尺自乘得一

二　　　二
二七二八
二

三〇〇〇七三八
一七三八
〇〇〇〇

百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積即以三方廉面積三百尺除方積七百二十八尺足二尺則定次商為二尺書於方積八尺之上合初商為一丈二尺自乘再乘得一丈七百二十八尺與原積符合相減恰盡即定立方邊為一丈二尺也此法止用三方廉面積除立方體積得次商數即併初商數自乘再乘得數與原積相減雖為省去長廉

小隅一層然方邊位數少者還為簡易至於方邊位數過四位以上則累次自乘再乘反比遞析之理為煩矣

設如正方體積一十四萬八千八百七十七尺開立方問每一邊數幾何此題正方體積之六位皆以尺命位似與前題分丈尺者不同然其取方積三位續書于下其末位即命為單位立算則與丈尺同也

法列正方體積一十四萬八千八百七十七尺自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記乃於七尺上定

五　　三
一四八八七七
一二五
七九五九|○二三八七七
　　　　　二三八七七
　　　　　○○○○○

單位八千尺上定十位其一十四萬八千尺為初商積以初商本位計之則八千尺為初商積之單位而一十四萬八千尺為一百四十八止與五自乘再乘之數相準即定初商為五書於方積八千尺之上而以五自乘再乘之一百二十五書於初商積之下相減餘二萬三千尺爰以方邊第二位餘積八百七十七尺續書於下共二萬三千八百七十

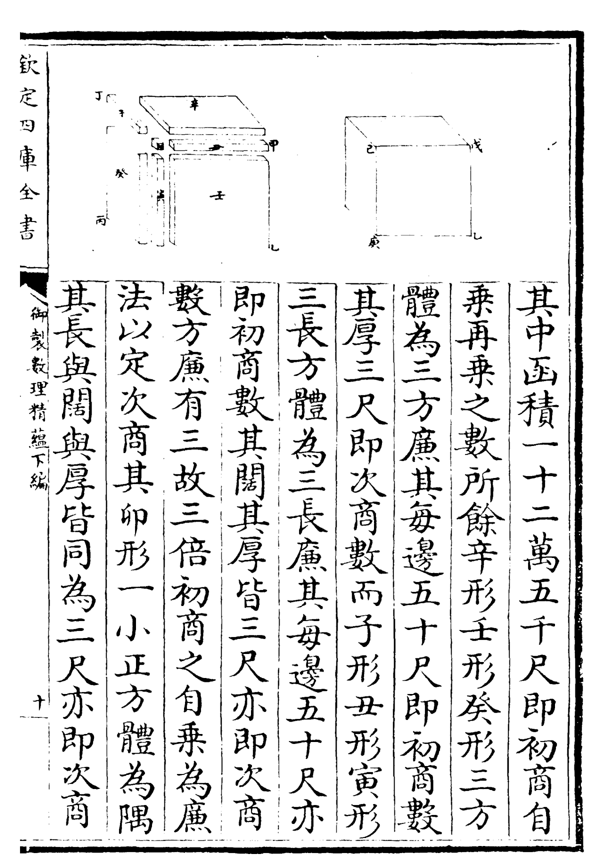
五　三
一　四　八　八　七　七
一　二　五
七九五九　〇　二　三　八　七　七
二　三　八　七　七
〇　〇　〇　〇　〇

七尺為次商廉隅之共積乃以初商之五作五十尺自乘得二千五百尺三因之得七千五百尺為次商三方廉面積以除方積二萬三千八百七十七尺足三尺即定次商為三尺書於方積七尺之上而以初商之五十尺與次商之三尺相乘得一百五十尺三因之得四百五十尺為次商三長廉面積復以次商三尺自乘得九尺為次商一小隅面積

三五
一四八八七七
一二五
七九五九　○二三八七七
二三八七七
○○○○○

丁　辛　子　甲　戊　己　癸　寅　壬　丙　庚　乙

合三方廉三長廉一小隅面積共得七千九百五十九尺為廉隅共法書於餘積之左以次商之三尺乘之得二萬三千八百七十七尺與餘積相減恰盡是開得五十三尺為正方體積每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊五十三尺其中函積一十四萬八千八百七十七尺是為共積其從一角所分戊乙庚己方體每邊五十尺即初商邊數



其中函積一十二萬五千尺即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方體為三方廉其每邊五十尺即初商數其厚三尺即次商數丙子形丑形寅形三長方體為三長廉其每邊五十尺亦即初商數其闊其厚皆三尺亦即次商數方廉有三故三倍初商之自乘為廉法以定次商其卯形一小正方體為隅其長與闊與厚皆同為三尺亦即次商

五　三
一四八八七七
一二五
七五〇〇〇二三八七七
一四八八七七
〇〇〇〇〇〇

數故以次商為隅法合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一方隅而成一磬折體形附於初商自乘再乘之方體三面而成一甲乙丙丁之總正方體積也

又法列積一十四萬八千八百七十七尺自末位起算作記定位同前乃截一十四萬八千尺為初商積與五十自乘再乘之數相準則定初商五十尺書於方積八千尺之上而以五十自乘再乘

```
        五      三
  一四八八七七
  一二五
七五○  ○二三八七七
  一四八八七七
  ○○○○○○
```

之一十二萬五千尺書於原積一十四萬八千之下相減餘二萬三千尺乃合第二位積八百七十七尺共二萬三千八百七十七尺為次商廉隅之共積而以初商五十尺自乘得二千五百尺三因之得七千五百尺為次商三方廉面積即以三方廉面積除方積二萬三千八百七十七尺足三尺即定次商為三尺書於方積七尺之上合初商共得五

三　五
一四八八七七
一二五
七五〇〇 〇二三八七七
一四八八七七
〇〇〇〇〇〇

十三尺自乘再乘得一十四萬八千八百七十七尺與原積符合相減恰盡即定立方邊為五十三尺也此法亦止用三方廉面積除立方體積得次商數即併初商數自乘再乘以減原積也

設如正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸開立方問每一邊數幾何

法列正方體積一丈八百六十尺八百六十七寸自末位起算每方積三位定

一　二　三
一八六〇八六七
一
三六四　〇八六〇
七二八
四四二八九　一三二八六七
一三二八六七
〇〇〇〇〇〇

方邊一位故隅二位作記即於七寸上定寸位空尺上定尺位一丈上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊第二位餘積八百六十尺續書於下為次商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺

二　二　三
一八六○八六七
一
三六四　○八六○
七二八
四四二八九　一三二八六七
一三二八六七
○○○○○○

為次商三方廉面積以除八百六十尺足二尺即定次商為二尺書於方積空尺之上而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積復以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百六十四尺為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二尺乘之得七百二十八

(一)　　(二)　　(三)
一八六〇八六七
一
三六四　八六〇
　　　　七二八
四四二八九　一三三八六七
　　　　　　一三三八六七
　　　　　　〇〇〇〇〇〇

尺與次商廉隅共積相減餘一百三十二尺即一十三萬二千寸復以方邊第三位餘積八百六十七寸續書於下共一十三萬二千八百六十七寸為三商廉隅之共積乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸三因之得四萬三千三百寸為三商三方廉面積以除一十三萬二千八百六十七寸足三寸即定三商為三寸

```
一　　三　　三
一八六〇八六七
一
三六四　〇八六〇
　　　　七二八
四四二八九　一三二八六七
　　　　　　一三二八六七
　　　　　　〇〇〇〇〇〇
```

書於方積七寸之上而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘得三百六十寸三因之得一千零八十寸為三商三長廉面積復以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬四千二百八十九寸為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之三寸乘之得一十三萬二千八百六十七寸與三商廉隅

共積相減恰盡是開得一丈二尺三寸為正方體積每一邊之數也

設如正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記乃於六尺上定單位八千尺上定十位四百萬尺上定百位其九千四百萬尺為初

四　五　六
九四八一八八一六
六四
五四二五　三〇八一八
二七一二五
六一五六三六　〇
三六九三八二六
三六九三八二六

商積以初商本位計之則四百萬尺為初商積之單位而九千四百萬尺為九十四止與四自乘再乘之數相準即定初商為四書於方積四百萬尺之上而以四自乘再乘之六十四書於初商積之下相減餘三千萬尺爰以方邊第二位餘積八十一萬八千尺續書於下共三千零八十一萬八千尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則八千尺為

四　五　六
九四八一　八一六
六四
五四二五　三○八一八
二七一二五
六一五六三六　○三六九三八一六
三六九三八一六
○○○○○○○

次商積之單位而三千零八十一萬八千尺為三萬零八百一十八而初商之四即為四十乃以初商之四十自乘得一千六百三因之得四千八百為次商三方廉面積以除三萬零八百一十八足五倍即定次商為五書於方積八千尺之上而以初商之四十與次商之五相乘得二百三因之得六百為次商三長廉面積復以次商之五自乘得二十

四　五　六

九四八一八
六四

五四二五　三〇八一八
二七一二五

六一五六三六　〇三六九三八一六
三六九三八一六

〇〇〇〇〇〇〇

五為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五千四百二十五為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之五乘之得二萬七千一百二十五與次商廉隅共積相減餘三百六十九萬三千尺復以方邊末位餘積八百一十六尺續書於下共三百六十九萬三千八百一十六尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍為本

四　　五　　六
九四八一　八八一六
六四
五四二五　三〇八一八
　　　　　二七一二五
六一五六三六　〇三六九三八一六
　　　　　　　三六九三八一六
　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇

位乃以初商次商之四百五十尺自乘得二十萬零二千五百三因之得六十萬零七千五百為三商三方廉面積以除三百六十九萬三千八百一十六尺足六倍即定三商為六書於方積六尺之上而以初商次商之四百五十與三商之六相乘得二千七百三因之得八千一百為三商三長廉面積復以三商之六自乘得三十六為三商一小隅面

積合三方廉三長廉一小隅面積共得六十一萬五千六百三十六為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之六乘之得三百六十九萬三千八百一十六與三商廉隅共積相減恰盡是開得四百五十六尺為正方體積每一邊之數也

四　五　六
九四四八一八八一六
六四
五四二五　三〇八一八
一七一二五
六一五六三六　〇三六九三八一六
三六九三八一六
〇〇〇〇〇〇〇

設如正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸開立方問每一邊數幾何

七　○　三

三四七四二八九二七

三四三

一四七六三○九｜○○四四二八九二七

四四二八九二七

○○○○○○○

法列正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸自末位起算每隔二位作記即於七寸上定寸位八尺上定尺位七丈上定丈位其三百四十七丈為初商積與七丈自乘再乘之數相準即定初商為七丈書於方積七丈之上而以七丈自乘再乘之三百四十三丈書於初商積之下相減餘四丈即四千尺爰以方邊第二位餘積四百二

七　〇　三

三四七四二八

三四三

一四七六三〇九〇〇四四二八九二七

四四二八九二七

〇〇〇〇〇〇〇

十八尺續書於下共四千四百二十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之七丈作七十尺自乘得四千九百尺三因之得一萬四千七百尺為次商三方廉面積以除方積四千四百二十八尺其數不足是次商為空位也乃書一空於方積八尺之上以存次商之位復以方邊末位餘積九百二十七寸續書於下共四千四百二十八尺九百二十七寸

七　　　〇　　三

三四七四二八九二七

三四三

一四七六三〇九|〇〇四四二八九二七

四四二八九二七

〇〇〇〇〇〇〇

即四百四十二萬八千九百二十七寸為三商廉隅之共積仍以次商三方廉面積一萬四千七百尺作一百四十七萬寸為廉法以除四百四十二萬八千九百二十七寸足三寸即定三商為三寸書於方積七寸之上又以初商之七丈為七百寸與三商之三寸相乘得二千一百寸三因之得六千三百寸為三商三長廉面積復以三商之三寸自乘

七　　　〇　　三
三四七四二八九二七
三四三
二四七六三〇九　〇〇
四四二八九二七
四四二八九二七
〇〇〇〇〇〇〇

得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一百四十七萬六千三百零九寸為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之三寸乘之得四百四十二萬八千九百二十七寸與三商廉隅共積相減恰盡是開得七丈零三寸為正方體積每一邊之數也此法商出之方邊有空位凡廉法除餘積而數不足者皆依此例推之

設如正方體積三千九百三十萬四千尺開立方問每一邊數幾何

三　　四　　〇
三九三〇四〇〇〇
二七
三〇七六｜一二三〇四
一二三〇四
〇〇

法列正方體積三千九百三十萬四千尺補三空位以足其分自末空位起算每隔二位作記乃於空尺上定單位四千尺上定十位九百萬尺上定百位其三千九百萬尺為初商積以初商本位計之則九百萬尺為初商積之單位而三千九百為三十九止與三自乘再乘

三　四　〇
三九三〇四〇〇〇
二七
三〇七六｜一二三〇四
一二三〇四
〇〇〇〇〇

之數相準即定初商為三書於方積九百萬尺之上而以三自乘再乘之二十七書於初商積之下相減餘一千二百萬尺爰以方邊第二位餘積三十萬四千尺續書於下共一千二百三十萬四千尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則四千尺為次商積之單位而一千二百三十萬四千尺為一萬二千三百零四而初商之三即為三十乃以初

三　四　〇
三九三〇四〇〇〇
二七
三〇七六｜一二三〇四
一二三〇四
〇〇〇〇〇

商之三十自乘得九百三因之得二千七百為次商三方廉面積以除餘積一萬二千三百零四足四倍即定次商為四書於方積四千尺之上又以初商之三十與次商之四相乘得一百二十三因之得三百六十為次商三長廉面積復以次商之四自乘得一十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三千零七十六為次商廉隅

共法書於餘積之左以次商之四乘之得一萬二千三百零四與餘積相減恰盡是開得三百四十尺為正方體積每一邊之數也此法方積之末有三空位故所得方邊之末亦補一空位凡設數未至單位者皆依此例補足位分然後開之

三　　四　　〇
三九三〇四〇〇〇
二七
三〇七六　一二三〇四
一二三〇四
〇〇〇〇〇

設如正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分開立方問每一邊數幾何

一　二　三　四
一八七九○八○九○四
一
三六四　○八七九
七二八
四四二八九　一五一○八○
一三二八六七
四五五三四七六　○一八二一三九○四
一八二一三九○四
○○○○○○○○

法列正方體積一丈八百七十九尺零八十寸九百零四分自末位起算每隔二位作記於四分上定分位空寸上定寸位九尺上定尺位一丈上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈書於方積一丈之上而以一丈自乘再乘之一丈書於初商積之下相減恰盡爰以方邊第二位餘積八百七十九尺續書於下為次

一　二　三　四

一八七九〇八〇九〇四

一

三六四　〇八七九

七二八

四四二八九　一五一〇八〇

一三二八六七

四五五三四七六　〇一八二一三九〇四

一八二一三九〇四

〇〇〇〇〇〇〇〇

商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積以除八百七十九尺足二尺即定次商為二尺書於方積九尺之上而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積復以次商之二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百

一　二　三　四
一八七九〇八〇九〇四
一
三六四　〇八七九
七二八
四四二八九　一五一〇八〇
一三二八六七
四五五三四七六　〇一八二一三九〇四
一八二一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇

六十四尺為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二尺乘之得七百二十八尺與餘積相減仍餘一百五十一尺即一十五萬一千寸又以方邊第三位餘積八十寸續書於下共一十五萬一千零八十寸為三商廉隅之共積乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸自乘得一萬四千四百寸三因之得四萬三千二百寸為三商三方廉面積以

一) 二) 三) 四)
二八七九○八○九○四
一

三六四 | ○八七九
七二八

四四二八九 | 一五二○八○
一三二八六七

四五五三四七六 | ○一八三一三九○四
一八三一三九○四
○○○○○○○○

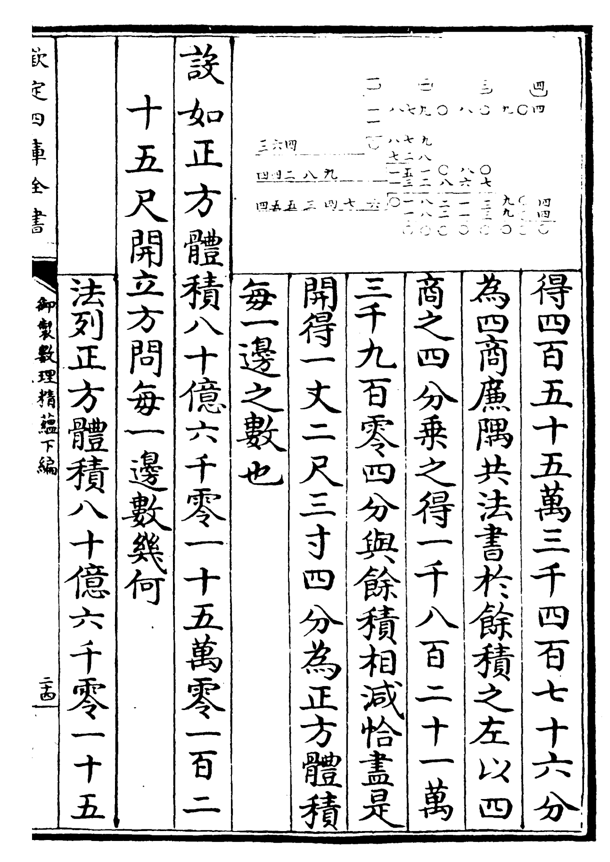
除一十五萬一千零八十寸足三寸即定三商為三寸書於方積空寸之上而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘得三百六十寸三因之得一千零八十寸為三商三長廉面積復以三商之三寸自乘得九寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四萬四千二百八十九寸為三商廉隅共法書於餘積之左以三商之三

一　二　三　四
一八七九〇八〇九〇四
一
三六四　〇八七九
　　　　七二八
四四二八九　一五一〇八〇
　　　　　　一三二八六七
四五五三四七六　〇一八二一三九〇四
　　　　　　　　一八二一三九〇四
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

寸乘之得一十三萬二千八百六十七寸與餘積相減仍餘一萬八千二百一十三寸即一千八百二十一萬三千分又以方邊第四位餘積九百零四分續書於下共一千八百二十一萬三千九百零四分為四商廉隅之共積乃以初商次商三商之一百二十三寸作一千二百三十分自乘得一百五十一萬二千九百分三因之得四百五十三萬八

一　二　三　四
二八七九〇八〇九〇四
一
三六四　〇八七九
七二八
四四二八九　一五二〇八〇
一三三八六七
四五五三四七六　〇一八三一三九〇四
一八三一三九〇四
〇〇〇〇〇〇〇〇

千七百分為四商三方廉面積以除一千八百二十一萬三千九百零四分足四分即定四商為四分書於方積四分之上而以初商次商三商之一千二百三十分與四商之四分相乘得四千九百二十分三因之得一萬四千七百六十分為四商三長廉面積復以四商之四分自乘得一十六分為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共



得四百五十五萬三千四百七十六分為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之四分乘之得一千八百二十一萬三千九百零四分與餘積相減恰盡是開得一丈二尺三寸四分為正方體積每一邊之數也

設如正方體積八十億六千零一十五萬零一百二十五尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積八十億六千零一十五

三　〇　〇　五

八〇六〇一五〇一二五

八

一二〇三〇〇二五〇〇

六〇一五〇二二五

六〇一五〇一三五

〇〇〇〇〇〇〇〇

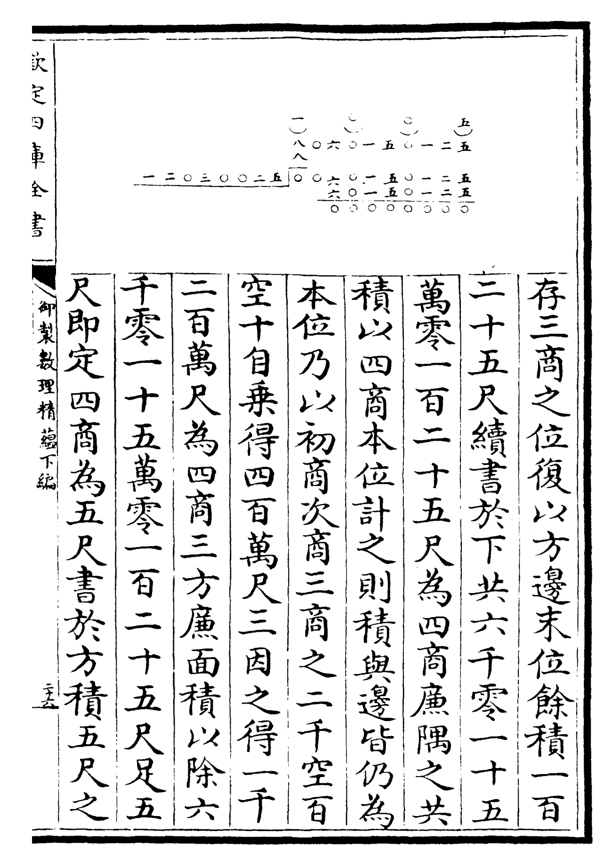
萬零一百二十五尺自末位起算每隔二位作記於五尺上定單位空千尺上定十位空百萬尺上定百位八十億尺上定千位其八十億尺為初商積以初商本位計之則八十億尺為初商積之單位而八十億尺為八止與二自乘再乘之數相合即定初商為二書於方積八十億尺之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減恰盡爰以方邊

二　○　○　五
八○六○一五○一二五
八
一二○三○○二五○○六○二五○一二五
六○一五○一二五
○○○○○○○○○

第二位餘積六千萬尺續書於下為次商廉隅之共積以次商本位計之則空百萬尺為次商之單位而六千萬尺為六十而初商之二即為二十故以初商之二十自乘得四百三因之得一千二百為次商三方廉面積以除六十其數不足是次商為空位乃書一空於方積空百萬尺之上以存次商之位復以方邊第三位餘積一十五萬尺續書於下

```
                         二      〇      〇      五
                         八〇六〇一五〇一二五
                         八
一二〇三〇〇二五|〇〇六〇一五〇一二五
                             六〇一五〇一二五
                             ─────────────────
                             〇〇〇〇〇〇〇〇
```

共六千零一十五萬尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則空千尺為三商之單位而六千零一十五萬尺為六萬零一百五十而初商之二即為二百次商之空即為空十故以初商次商之二空作二百自乘得四萬三因之得十二萬為三商三方廉面積以除六萬零一百五十其數仍不足是三商亦為空位乃再書一空於方積空千尺之上以



存三商之位復以方邊末位餘積一百二十五尺續書於下共六千零一十五萬零一百二十五尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初商次商三商之二千空百空十自乘得四百萬尺三因之得一千二百萬尺為四商三方廉面積以除六千零一十五萬零一百二十五尺足五尺即定四商為五尺書於方積五尺之

二　○　○　五
八○六○一五○一二五
八
一二○三○○二五○○六○一五○一二五
六○一五○一二五
○○○○○○○○

上而以初商之二千尺與四商之五尺相乘得一萬尺三因之得三萬尺為四商三長廉面積復以四商之五尺自乘得二十五尺為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千二百零三萬零二十五尺為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之五尺乘之得六千零一十五萬零一百二十五尺與餘積相減恰盡是開得二千零五尺

為正方體積每一邊之數也此法商出之方邊有二空位凡開立方遇此類者皆依此例推之

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺開立方問每一邊數幾何

法列正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺自末位起算每隔二位作記於二尺上定單位六千尺上定十位四百萬尺上定百位三

(一)　(四)　(八)　(八)
三二九四六四六二七二
一
四三六　二二九四
　　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　　四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

十億尺上定千位其三十億尺為初商積以初商本位計之則三十億尺為初商積之單位而三十億尺為三止與一自乘再乘之數相準即定初商為一書於方積三十億尺之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減餘二十億尺爰以方邊第二位餘積二億九千四百萬尺續書於下共二十二億九千四百萬尺為次商廉隅之共積以次商

一　　四　　八　　八
三二九四六四六二七二
一

四三六　　二二九四
　　　　　一七四四
六二二二四　○五五○六四六
　　　　　　四九七七九三
六六○六七八四　○五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　○○○○○○○○

本位計之則四百萬尺為次商積之單位而二十二億九千四百萬尺為二千二百九十四而初商之一即為一十乃以初商之一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除二千二百九十四足七倍因定次商為七而以初商之一十與次商之七相乘得七十三因之得二百一十為次商三長廉面積復以次商之七自乘得四十九為次

一(一)三　二　九　四(四)　六　四　六(八)　二　七　二(八)

二

四三六　　二二九四
　　　　　一七四四

六二二二四　　〇五五〇六四六
　　　　　　　　四九七七九二

六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得五百五十九為次商廉隅共法以次商之七乘之得三千九百一十三大於次商廉隅之共積是次商不可商七也乃改商六而以初商之一十與次商之六相乘得六十三因之得一百八十為次商三長廉面積復以次商之六自乘得三十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得

一　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　三二九四
一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
四九七七九二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
五二八五四二七二
〇〇〇〇〇〇〇〇

五百一十六為次商廉隅共法以次商之六乘之得三千零九十六仍大於次商廉隅之共積是次商不可商六也又改商五而以初商之一十與次商之五相乘得五十三因之得一百五十為次商三長廉面積復以次商之五自乘得二十五為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四百七十五為次商廉隅共法以次商之五乘之得

一　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　　二二九四
　　　　　一七四四
六二二二四　○五五○六四六
　　　　　　四九七七九三
六六○六七八四　○五二八五四二七三
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　○○○○○○○○

二千三百七十五仍大於次商廉隅之共積是次商又不可商五也乃改商四而以初商之一十與次商之四相乘得四十三因之得一百二十為次商三長廉面積復以次商之四自乘得一十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得四百三十六為次商廉隅共法以次商之四乘之得一千七百四十四是小於次商廉隅之共積可

三二九四六四六二七三

四三六

六二二二四

六六〇六七八四

減也乃以次商之四書於方積四百萬尺之上而以次商乘廉隅共法之一千七百四十四與次商廉隅之共積相減餘五億五千萬尺復以方邊第三位餘積六十四萬六千尺續書於下共五億五千零六十四萬六千尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則六千尺為三商積之單位而五億五千零六十四萬六千尺為五十五萬零六百四十六

一　四　八　八

三二九四六四六二七二

四三六　　三二九四

　　　　　一七四四

六二　二二四　〇五五〇六四六

　　　　　　　四九七七九三

六六〇六七八四　〇五二八五四二七二

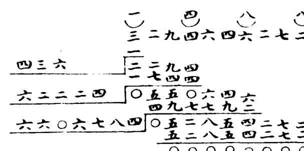
　　　　　　　　五二八五四二七二

　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

而初商次商之一十四即為一百四十乃以初商之一百四十自乘得一萬九千六百三因之得五萬八千八百為三商三方廉面積以除五十五萬零六百四十六足九倍因定三商為九而以初商次商之一百四十與三商之九相乘得一千二百六十三因之得三千七百八十為三商三長廉面積復以三商之九自乘得八十一為三商一小隅面積

(一)　(四)　(八)　(八)
三二九四六四六二七二
一
四三六　三二九四
　　　　一七四四
六二二二四　○五五○六四六
　　　　　　四九七七九三
六六○六七八四　○五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　○○○○○○○○

合三方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千六百六十一為三商廉隅共法以三商之九乘之得五十六萬三千九百四十九大於三商廉隅之共積是三商不可商九也乃改商八而以初商次商之一百四十與三商之八相乘得一千一百二十三因之得三千三百六十為三商三長廉面積復以三商之八自乘得六十四為三商一小隅面積合三



方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千二百二十四為三商廉隅共法以三商之八乘之得四十九萬七千七百九十二是小於三商廉隅之共積可減也乃以三商之八書於方積六千尺之上而以三商乘廉隅共法之四十九萬七千七百九十二與三商廉隅之共積相減餘五千二百八十五萬四千尺復以方邊末位餘積二百七十二尺續書於

二　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　二二九四
一七四四
六二二二四　○五五○六四六
四九七七九三
六六○六七八四　○五二八五四二七二
五二八五四二七二
○○○○○○○○

下共五千二百八十五萬四千二百七十二尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初商次商三商之一千四百八十尺自乘得二百一十九萬零四百三因之得六百五十七萬一千二百為四商三方廉面積以除五千二百八十五萬四千二百七十二尺八倍即定四商為八書於方積二尺之上而以初商次商三商之

一　　四　　八　　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　　三二九四
　　　　　一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
　　　　　　四九七七七二
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
　　　　　　　　五二八五四二七二
　　　　　　　　〇〇〇〇〇〇〇〇

一千四百八十與四商之八相乘得一萬一千八百四十三因之得三萬五千五百二十為四商三長廉面積復以四商之八自乘得六十四為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得六百六十萬六千七百八十四為四商廉隅共法以四商之八乘之得五千二百八十五萬四千二百七十二與餘積相減恰盡是開得一千四百八十八

一　四　八　八
三二九四六四六二七二
一
四三六　三二九四
一七四四
六二二二四　〇五五〇六四六
四九七七九三
六六〇六七八四　〇五二八五四二七二
五二八五四二七二
〇〇〇〇〇〇〇〇

尺為正方體積每一邊之數也此法蓋因方邊之第三位第四位二數太大故次商廉隅之共積以次商之三方廉除得次商之邊繼而以次商之邊與次商廉隅共法相乘大於原積甚多改商三次所乘之數始與次商廉隅之共積相準而後次商之數可定凡開立方遇此類者皆依此例推之如或廉隅共法與商出之數相乘得數大於廉隅共積幾

一倍者則改商必審其與廉隅共積相近小數始可為準也

設如有積一萬四千七百三十四尺開立方問每一邊數幾何

二　　四
一四七三四
八
一四五六 ○六七三四
五八二四
○九一○

法列積一萬四千七百三十四尺自末位起算隅二位作記於四尺上定單位四千尺上定十位其一萬四千尺為初商積以初商本位計之則四千尺為初商積之單位而一萬四千為一十四止

二　四
一四七三四
八
一四五六　六七　三四
五八二四
〇九一〇

與二自乘再乘之數相準即定初商為二書於方積四千尺之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減餘六千尺爰以方邊第二位餘積七百三十四尺續書於下共六千七百三十四尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則邊與積皆仍為本位而初商之二則為二十尺乃以初商之二十尺自乘得四百尺三因之得一千二百尺為次商

二　　四
一四七三四
八
一四五六|○六七三四
五八二四
○九一○

三方廉面積以除方積六千七百三十四尺足五尺乃以初商之二十尺與次商之五尺相乘得一百尺三因之得三百尺為次商三長廉面積復以次商之五尺自乘得二十五尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千五百二十五尺為次商廉隅共法以次商之五尺乘之得七千六百二十五尺大於次商廉隅之共積是次商不

二　　　四
一四七三四
　八
一四五六|〇六七三四
　　　　　五八二四
　　　　　〇九一〇

可商五尺也乃改商四尺書於方積四尺之上而以初商之二十尺與次商之四尺相乘得八十尺三因之得二百四十尺為次商三長廉面積復以次商之四尺自乘得一十六尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千四百五十六尺為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之四尺乘之得五千八百二十四尺與餘積相減仍

二　　四　　五
一四七三四〇〇〇
八
一四五六 | 〇六七三四
五八二四
一七六四二五 | 〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
〇二七八七五

餘九百一十尺是開得二十四尺為方體每一邊之數仍餘九百一十尺不盡也如欲以餘數再開則得方邊之寸數乃增三空於總積之後復續書三空於九百一十尺之後為幾百幾十幾寸之位是則九百一十尺作九十一萬寸為三商廉隅之共積爰以初商次商之二十四尺作二百四十寸自乘得五萬七千六百寸三因之得一十七萬二千八

```
                二    四    五
              一四七三四〇〇〇
                八
一四五六  〇六七三四
            五八二四
一七六四二五  〇九一〇〇〇〇
                八八二一二五
                〇二七八七五
```

百寸為三商三方廉面積以除餘積九十一萬寸足五寸即定三商為五寸書於餘積空寸之上而以初商次商之二百四十寸與三商之五寸相乘得一千二百寸三因之得三千六百寸為三商三長廉面積復以三商之五寸自乘得二十五寸為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一十七萬六千四百二十五寸為三商廉隅共法

二　四　五　二
一四七三四〇〇〇〇〇〇
八
一四五六　〇六七三四
五八二四
一七六四二五　〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
一八〇一四八五一　〇二七八七五〇〇〇
二八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

書於餘積之左以三商之五寸乘之得八十八萬二千一百二十五寸與餘積相減仍餘二萬七千八百七十五寸不盡如再以餘數開之則得方邊之分數乃又續書三空於原積空寸之後復續書三空於二萬七千八百七十五寸之後為幾百幾十幾分之位是則二萬七千八百七十五寸作二千七百八十七萬五千分為四商廉隅之共積爰以初

二　四　五　一

一四七三四〇〇〇〇〇
八
一四五六　〇六七三四
五八二四
一七六四二五　〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
一八〇一四八五一　〇二七八七五〇〇〇
二八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

商次商三商之二十四尺五寸作二千四百五十分自乘得六百萬零二千五百分三因之得一千八百萬零七千五百分為四商三方廉面積以除餘積二千七百八十七萬五千分足一分即定四商為一分書於餘積空分之上而以初商次商三商之二千四百五十分與四商之一分相乘仍得二千四百五十分三因之得七千三百五十分為四商

二　四　五　一
一四七三四〇〇〇〇〇〇
八
一四五六　〇六七三四
五八二四
一七六四二五　〇九一〇〇〇〇
八八二一二五
一八〇一四八五一　〇二七八七五〇〇〇
一八〇一四八五一
〇九八六〇一四九

三長廉面積復以四商之一分自乘仍得一分為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千八百零一萬四千八百五十一分為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之一分乘之仍得一千八百零一萬四千八百五十一分與餘積相減仍餘九百八十六萬零一百四十九分不盡是開得二十四尺五寸一分為方體每一邊之數也

此法原積本非自乘再乘所得之數雖遞析之終不能盡凡開立方遇此類者皆以此例推之

設如有方亭幾座用方甎鋪地共用一千七百二十八塊其所鋪之座數與每座每行之甎數相等問亭之座數幾何

```
    二        二
    一  七  二  八
    一
三六四|○  七  二  八
          七  二  八
          ○  ○  ○
```

法列方甎一千七百二十八塊為立方積用開立方法開之於八塊上定單位一千塊上定十位其一千塊為初商積

二〇八　二　七　二〇一一一
八八　二三　七七　〇　四　六　三
〇　〇　〇

以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定初商為一書於方積一千之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減恰盡爰以第二位餘積七百二十八塊續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除七百二十八足二倍即定次商為二書於方積八

				一			二
				〇			〇
				一	七	二	八
				二			
三	六	四		〇	七	二	八
					七	二	八
					〇	〇	〇

塊之上而以初商之一十與次商之二相乘得二十三因之得六十為次商三長廉面積復以次商之二自乘得四為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百六十四書於餘積之左以次商之二乘之得七百二十八與餘積相減恰盡是得所鋪亭數為一十二座也此法因所鋪之亭數與每行甎數相等是每行甎一十二塊其亭亦

一十二座雖非立方形而法則立方法也故用立方開之

設如有方倉一座共盛粮八百七十八石八斗問倉高幾何

三)七　九　一　二)二
二
三九九　二二九七
　　　　二二九七
　　　　○○○○

法以每石定法二尺五百寸乘八百七十八石八斗得二千一百九十七尺為立方積用開立方法開之其二千尺為初商積以初商本位計之則二千尺為初商積之單位止與一自乘再乘之數

三七
　九
　七七
　九九
二〇〇
〇〇〇〇

二一二二
　　二二

三九九

相準即定初商為一書於方積二千之上而以一自乘再乘之一書於初商積之下相減餘一千尺爰以第二位餘積一百九十七尺續書於下共一千一百九十七尺為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除一千一百九十七尺足三倍即定次商為三書於方積七尺之上而以初商之一十與

一　　　　三

二　一　九　七

一

三九九　一　一　九　七

一　一　九　七

○　○　○　○

次商之三相乘得三十三因之得九十為次商三長廉面積復以次商之三自乘得九為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得三百九十九為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之三乘之得一千一百九十七尺與餘積相減恰盡是開得方倉之高為一十三尺也此法因粮是石法所問乃倉之尺數故先將石變為尺而開立方即

得倉之高也

設如有方石一塊重二萬六千六百二十兩問每邊尺寸幾何

二　二

一〇六四八
八

一三二四〇　二六四八
二六四八
〇〇〇〇

法以石之定率每寸重二兩五錢除二萬六千六百二十兩得一萬零六百四十八寸為立方積用開立方法開之其一萬寸為初商積以初商本位計之則空千位為初商積之單位而一萬尺為一十與二自乘再乘之數相準即定初

商為二書於空千寸之上而以二自乘再乘之八書於初商積之下相減餘二千寸爰以第二位餘積六百四十八寸續書於下共二千六百四十八寸為次商廉隅之共積而以初商之二作二十自乘得四百三因之得一千二百為次商三方廉面積以除二千六百四十八寸足二倍即定次商為二書於方積八寸之上而以初商之二十與次商之二

二　二

一〇六四八

八

一三二四　〇二六四八

二六四八

〇〇〇〇

相乘得四十三因之得一百二十為次商三長廉面積復以次商之二自乘得四為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千三百二十四為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之二乘之得二千六百四十八寸與餘積相減恰盡是開得二十二寸為正方石每一邊之數也此法因石是兩數所問乃石之寸數故先將石之兩數變

為寸兩開立方即得石之寸數也

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣盛之問匣高幾何

二　二
一三三一
一
三三一　〇三三一
三三一
〇〇〇

法先以水銀定率每寸重一十二兩二錢八分除一萬六千三百四十四兩六錢八分得一千三百三十一寸為立方積用開立方法開之其一千寸為初商積以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定

初商為一書於一千寸之上而以一自乘再乘之一書於方積一千寸之下相減恰盡爰以第二位餘積三百三十一寸續書於下為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除三百三十一寸足一倍即定次商為一書於方積一寸之上而以初商之一十與次商之一相乘得一十三因之得三十為

次商三長亷面積復以次商之一自乘仍得一為一小隅面積合三方亷三長亷一小隅面積共得三百三十一為次商亷隅共法書於餘積之左以次商之一乘之仍得三百三十一與餘積相減恰盡是開得一十一寸為方匣之高也

設如有方池一區其深與方相等容水四千零九十六尺問深幾何

法列四千零九十六尺為立方積用開

六)六
九
○
二)四
一
六六
九九
○○
三三
五一六
○○○○

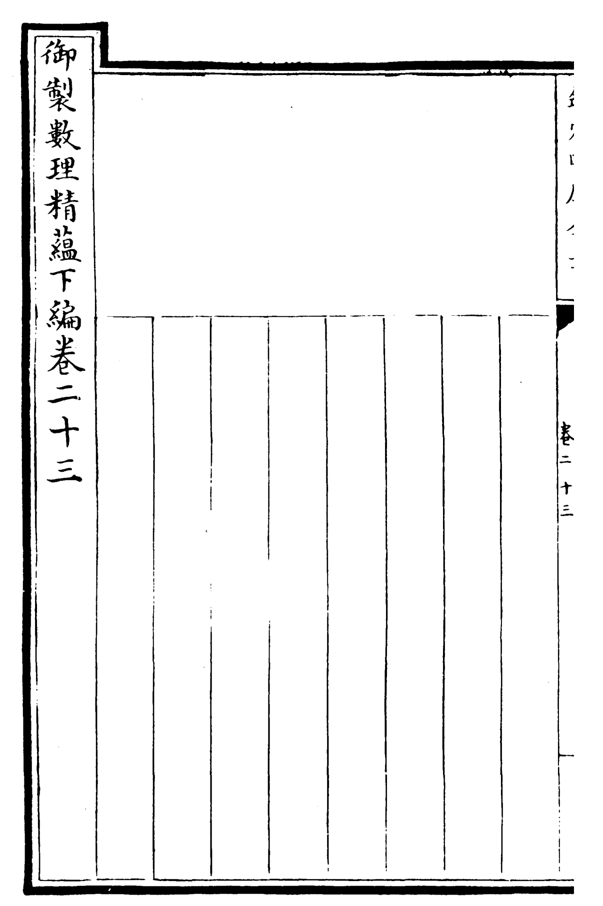
立方法開之其四千尺為初商積以初商本位計之則四千為初商積之單位與一自乘再乘之數相準即定初商為一書於四千尺之上而以一自乘再乘之一書於方積四千尺之下相減餘三千尺爰以第二位餘積九十六尺續書於下共三千零九十六尺為次商廉隅之共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面

			一			六
			四	〇	九	六
			一			
五	一	六	三	〇	九	六
			三	〇	九	六
			〇	〇	〇	〇

積以除三千零九十六尺可得十尺若商十尺則合於初商之數再合方廉長廉小隅面積必大於次商廉隅之共積可知故商九尺八尺七尺皆仍大於次商廉隅之共積乃改商六尺書於方積六尺之上而以初商之一十與次商之六相乘得六十三因之得一百八十為次商三長廉面積復以次商之六自乘得三十六為次商一小隅面積合三方

一　　　　六
四　〇　九　六
一
五　一　六　三　〇　九　六
　　　　　三　〇　九　六
　　　　　〇　〇　〇　〇

廉三長廉一小隅面積共得五百一十六為次商廉隅共法書於餘積之左以次商之六乘之得三千零九十六與餘積相減恰盡是開得一十六尺為池之深也此法因池之深與方相等其所容水數即正方體積故立方開之得一邊之數即池之深也


御製數理精蘊下編卷二十三
卷二十三

總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

謄録監生臣王　鉽

繪圖監生臣李　鈞